

# Динамические межотраслевые модели.

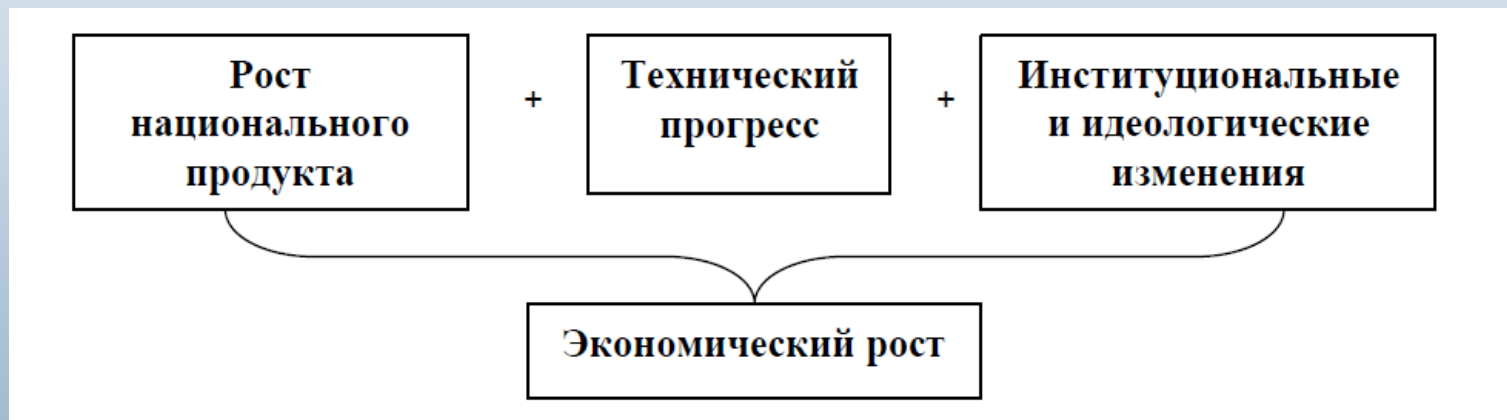
Кольцов С.Н.

[www.linis.ru](http://www.linis.ru)

## ОСНОВНЫЕ ТЕОРИИ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА

*Экономическое развитие* подразумевает большее, чем просто увеличение производства товаров и услуг.

Американский экономист **Саймон Кузнец**, получивший в 1971 г. Нобелевскую премию за проведение исследований по истории экономического роста развитых стран, считал **экономический рост** *«долгосрочным увеличением способности хозяйства обеспечивать все более разнообразные потребности населения с помощью все более эффективных технологий и соответствующих им институциональных и идеологических изменений»*.



## ОСНОВНЫЕ ТЕОРИИ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА

Шесть характеристик роста, свойственных почти всем развитым странам (**Саймон Кузнец**).

1. Высокие темпы роста душевого дохода и населения.
2. Высокие темпы роста производительности факторов и особенно производительности труда.
3. Высокие темпы структурной трансформации экономики.
4. Высокие темпы социальной и идеологической трансформации общества.
5. Способность развитых стран находить за рубежом рынки сбыта и источники сырья.
6. Охват результатами подобного экономического роста менее одной трети населения мира.

Мерой экономического роста служит темп прироста реального ВВП

$$Y_t = \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}},$$

где  $Y_t$  – объем ВВП за период  $t$ ;

$Y_{t-1}$  – объем ВВП за предшествующий период.

# ОСНОВНЫЕ ТЕОРИИ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА

## Факторы и типы экономического роста

По способу воздействия на экономический рост различают прямые и косвенные факторы.

*Прямыми* считаются факторы, которые делают рост физически возможным. В эту группу входят **факторы предложения**.

- количество и качество трудовых ресурсов;
- количество и качество природных ресурсов;
- объем основного капитала;
- технология и организация производства;
- уровень развития предпринимательских способностей в обществе.

## ОСНОВНЫЕ ТЕОРИИ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА

**Косвенные факторы** – это условия, позволяющие реализовать имеющиеся у общества возможности к экономическому росту. Такие условия создаются **факторами спроса и распределения**. При этом **факторами спроса** являются:

- рост потребительских, инвестиционных и государственных расходов;
- расширение экспортных поставок.
- **Факторами распределения** являются:
- снижение степени монополизации рынка;
- налоговый климат в экономике;
- эффективность кредитно-банковской системы;
- возможности перераспределения производственных ресурсов в экономике;
- действующая система распределения доходов.

## ОСНОВНЫЕ ТЕОРИИ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА

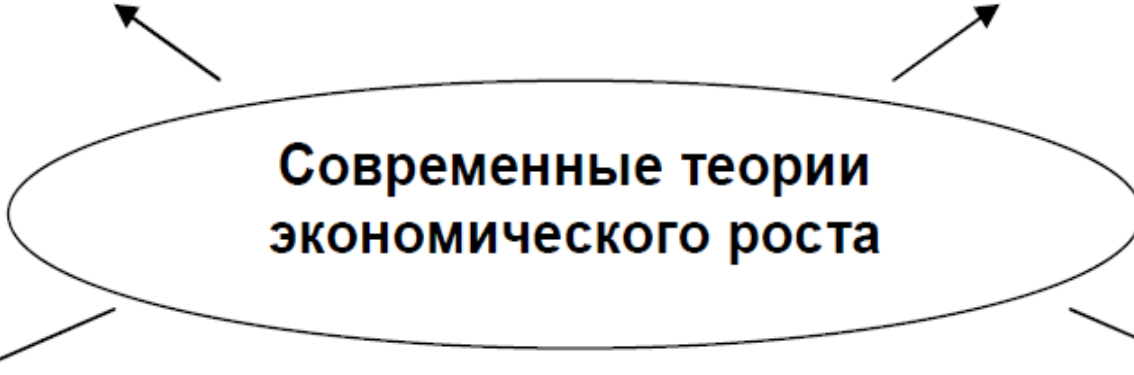
### Неоклассическая теория роста:

- предложение о совершенной конкуренции и полной занятости.  
Сбережения полностью определяют инвестиции

### Неокейнсианская теория:

- рост определяется спросом и приростом инвестиций

### Современные теории экономического роста



### Эмпирические теории роста:

- эмпирические исследования факторов, влияющих на экономический рост

### Новая теория роста (эндогенный рост):

- акцент на человеческий капитал и технологические инновации

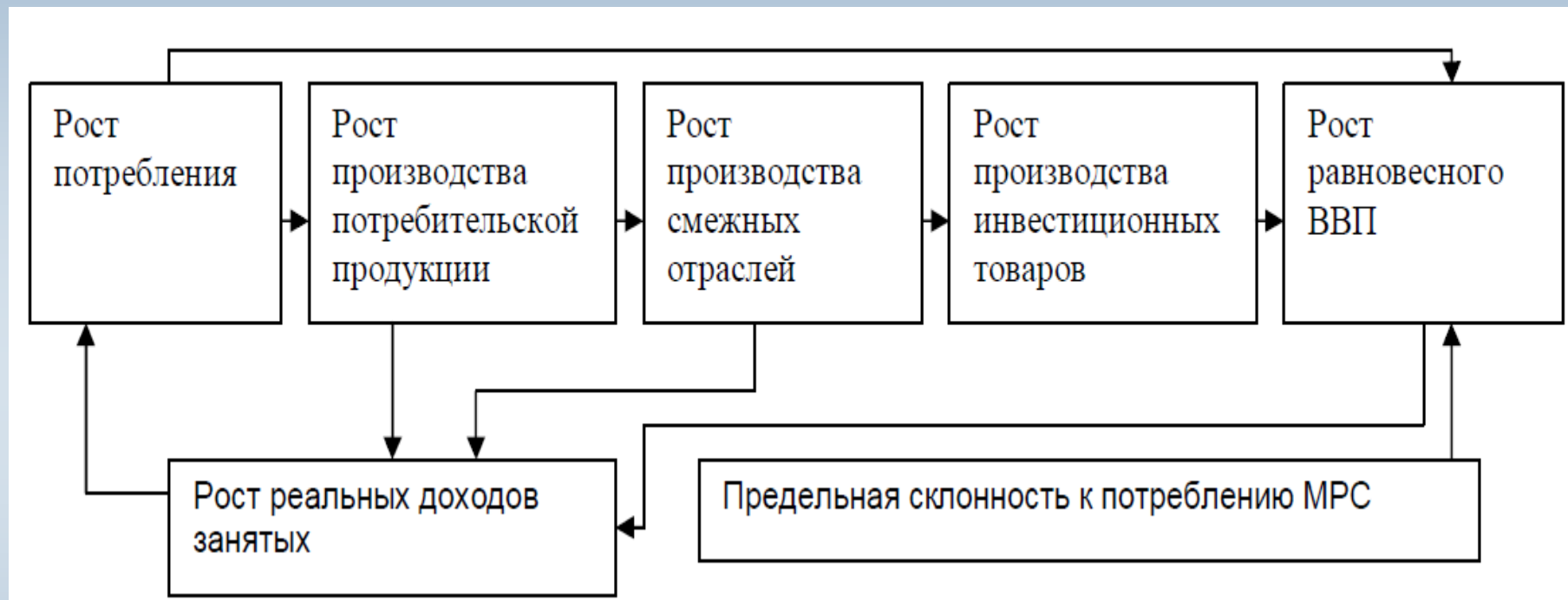
## Суть неокейнсианских теорий экономического роста

Кейнс доказал, что во время экономического спада и роста безработицы в результате сокращения дохода сокращаются потребление и сбережения, и инвестиции. Поэтому когда отсутствуют рыночные рычаги повышения совокупного спроса для оживления деловой активности в экономику должно вмешиваться правительство, осуществляя *макроэкономическую политику* при помощи таких мер, как **снижение налогов** или **увеличение государственных расходов**.

*Решающим условием сбалансированного роста экономики в этих теориях является увеличение **совокупного спроса***. Платежеспособный спрос выступает важнейшим фактором экономического роста, посредством которого поднимается уровень жизни и улучшаются стандарты качества жизни людей.

**Основным фактором экономического роста считаются инвестиции**, которые посредством мультипликатора увеличивают доход или под воздействием **акселератора** возрастают с ростом дохода. Все остальные производственные факторы, такие как увеличение занятости, степень использования оборудования, улучшение организации производства в расчет не берутся.

## Механизмы воздействия потребления на рост ВВП в кейнсианской теории





## Неокейнсианские теории экономического роста

### Теория Харрода-Домара

**Домар** предположил что инвестиции являются фактором не только образования доходов, но и создания мощностей, и, следовательно, развития производства, и предложения товаров. Теория Домара позволяет определить темп, с которым должны постоянно расти инвестиции, для обеспечения роста дохода. Этот темп находится в прямой зависимости от доли сбережений в национальном доходе и средней эффективности инвестиций.

**Важный вывод для экономической политики:** только постоянный приток капитала, т.е. рост инвестиций, обеспечивает экономике *динамичное* равновесие между совокупным спросом и совокупным предложением.

В основе теория **Харрода** лежит понятие **акселератора**, которое позволяет определить отношение прироста инвестиций к вызвавшему его приросту дохода.

Темп роста в теории Р.Харрода определяется темпами роста рабочей силы и производительности капитала. Если бы фактический темп роста совпадал с гарантированным, то экономика имела бы устойчивое непрерывное развитие. Однако на практике этого нет, что обуславливает наличие кратковременных циклических колебаний.

## Неокейнсианские теории экономического роста

### Теория Харрода-Домара (1930)

Устойчивое динамическое равновесие экономической системы достигается при равенстве гарантированного и естественного темпов роста в условиях полной занятости. Однако поддержание такого равенства возможно лишь при активном государственном вмешательстве (динамическое равновесие в рыночной системе по своей природе неустойчиво ).

**Ограниченность теории Харрода-Домара** определяется: во-первых, предпосылками построения анализа в теории:

- экономический рост зависит только от прироста инвестиций, причем эта зависимость является линейной функцией;
- экономический рост не зависит от прироста использования рабочей силы;
- теория не учитывает технологического прогресса.

## Неоклассические теории роста

Первые неоклассические теории роста появились на рубеже 1950-х – 1960-х гг., когда внимание к проблемам динамического равновесия ослабло, и на первый план выдвинулась проблема достижения потенциально возможных темпов роста не столько за счет неиспользованных мощностей, сколько путем внедрения новой техники, повышения производительности и улучшения организации производства. В этот период в экономике развитых стран резко возросла *роль крупных фирм*.

Представителями этого направления являются Солоу, Мид и Леонтьев.

Модель Леонтьева. – статическая и динамическая модели баланса  
**‘Затраты-выпуск’**

**Модель Солоу** исследует влияние на экономический рост сбережений, роста населения и технологического прогресса.

## Определения и понятия.

1. В экономической системе производятся, продаются, покупаются, потребляются и инвестируются  $n$  продуктов.

2. Каждая отрасль является «чистой», то есть производит только один продукт, совместное производство различных продуктов исключается. Различные отрасли выпускают разные продукты.

3. Под производственным процессом в каждой отрасли понимается преобразование некоторых типов продуктов в определенный продукт. При этом соотношение затраченных продуктов и выпускаемого предполагается постоянным. Таким образом, если для производства единицы  $j$ -го продукта надо затратить  $a_{ij}$  единиц  $i$ -го продукта, то выпуск  $\lambda$  единиц  $j$ -го продукта потребует  $\lambda a_{ij}$  единиц  $i$ -го продукта.

4. Величины  $a_{ij}$  называются расходными коэффициентами или, коэффициентами прямых затрат. Матрицей прямых затрат или технологической матрицей называют матрицу:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

## Статическая модель Леонтьева.

Предположим, что вся экономика состоит из  $n$  отраслей, каждая из которых производит свой вид продукции.  $x_i$  - это общий выпуск  $i$ -й отрасли.

Предполагается, что определенная доля выпуска каждой отрасли расходуется, во-первых, в непроизводственной сфере, а, во-вторых, используется в качестве ресурсов производства в других отраслях экономики.

$y_i$  – объем потребления продукции  $i$ -ой отрасли в непроизводственной сфере,

$a_{ij}$  - доля выпуска  $i$ -й отрасли потребляемая  $j$ -й отраслью.

Условия рыночного равновесия означает, что спрос на продукцию отрасли должен равняться предложению отрасли. В форме уравнений это выглядит следующим образом:

$$x_i = y_i + \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j$$

Здесь левая часть отражает выпуск, а правая – затраты и конечный спрос.

## Статическая модель Леонтьева.

$X = (x_1, \dots, x_n)$  – вектор выпуска,  $Y = (y_1, \dots, y_n)$  – вектор потребления в непроизводственной сфере,  $A = [a_{ij}]$  – технологическая матрица прямых затрат.

Тогда условие равновесия примет вид:  $X = AX + Y$ .

Данную систему уравнений называют системой уравнений Леонтьева (статической моделью экономики Леонтьева. При этом следует учитывать, что вектор выпуска и вектор потребления продукции  $Y$  должны быть неотрицательными величинами.

Предположим, что у нас задана технологическая матрица и потребление продукции в непроизводственной сфере, тогда вектор выпуска (валовый выпуск) можно найти следующим образом:

$$X - AX = Y \Rightarrow X(I - A) = Y \Rightarrow X = (I - A)^{-1}Y$$

Основной задаче межотраслевого баланса является нахождение валового выпуска  $X$  при заданной матрице прямых затрат который обеспечивает заданный вектор конечного продукта  $Y$ .

## Статическая модель В. Леонтьева.

**Пример постановки и решения задачи. Дано:** количество отраслей  $n=2$ , конечный спрос на первый продукт  $y_1 = 5$  конечный спрос на второй продукт  $y_2 = 9$ , элементы технологической матрицы  $a_{11} = 0.1$ ,  $a_{12} = 0.2$ ,  $a_{21} = 0.3$ ,  $a_{22} = 0.4$ . **Требуется найти:** валовой выпуск первого продукта  $x_1$  и валовой выпуск второго продукта  $x_2$ , необходимые для удовлетворения заданного конечного спроса на оба продукта.

**Пример постановки и решения задачи.** Дано: количество отраслей  $n=2$ , конечный спрос на первый продукт  $y_1=5$  конечный спрос на второй продукт  $y_2=9$ , элементы технологической матрицы  $a_{11}=0.1$ ,  $a_{12}=0.2$ ,  $a_{21}=0.3$ ,  $a_{22}=0.4$ .

**Требуется найти:** валовой выпуск первого продукта  $x_1$  и валовой выпуск второго продукта  $x_2$ , необходимые для удовлетворения заданного конечного спроса на оба продукта.

**Решение задачи.** Для решения данной задачи составим систему двух линейных алгебраических уравнений с двумя неизвестными

$$\begin{cases} x_1 = 5 + 0,1x_1 + 0,2x_2, \\ x_2 = 9 + 0,3x_1 + 0,4x_2. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0,9x_1 - 0,2x_2 = 5, \\ -0,3x_1 + 0,6x_2 = 9. \end{cases}$$

$$x_1 = 10$$

$$x_2 = 20$$



## Динамическая модель В. Леонтьева.

Динамические модели описывают экономику в развитии (в отличие от статических моделей), они характеризуют экономику в долгосрочном периоде. В этих моделях учитываются инвестиции в производственный капитал, его рост за счет капиталовложений и увеличение выпуска продукции. Существует ряд динамических моделей, в которых отражаются многоотраслевые зависимости вектора функций времени основных экономических показателей:

$x(t) = (x_i(t))$  – **вектор-функция валового продукта;**

$y(t) = (y_i(t))$  – **вектор-функция конечного продукта;**

$z(t) = (z_i(t))$  – **вектор-функция промежуточного продукта;**

$k(t) = (k_i(t))$  – **вектор-функция инвестиций;**

$c(t) = (c_i(t))$  – **вектор-функция продукции непроизводственного потребления,** где  $i = 1, n$ ,  $n$  – отрасли производства.

Будем рассматривать модели В. Леонтьева, в которых валовой продукт распределяется на две части по формуле:  $x(t) = z(t) + y(t)$

## Динамическая модель В. Леонтьева.

Конечный продукт также распределяется на две части:  $y(t) = k(t) + c(t)$

Итоговая модель выглядит следующим образом:

$$x(t) = z(t) + k(t) + c(t)$$

**Замкнутые модели** отражают экономику при нулевом значении непроизводственного потребления  $c(t)$ . В этом случае весь произведенный продукт используется в качестве инвестиций. Происходит максимальное наращивание производственного капитала и выпуска продукции.

**Открытые модели** отражают экономику при разных траекториях непроизводственного потребления  $c(t)$ . Основной интерес представляют случаи предельно возможных процессов непроизводственного потребления.

Исследование замкнутых и открытых моделей дает возможность выявить весь диапазон разнообразных процессов  $c(t)$ .

# Динамическая модель В. Леонтьева.

1. вектор-столбец промежуточной продукции выражается произведением квадратной матрицы коэффициентов прямых материальных затрат  $A$  на вектор-столбец валового продукта:  $\mathbf{z}(t) = \mathbf{A} \mathbf{x}(t)$ .

где  $A = (a_{ij})$  – квадратная матрица  $n$ -го порядка коэффициентов  $a_{ij}$  прямых материальных затрат  $i$ -й отрасли в производстве единицы продукции  $j$ -й отрасли ( $j = 1, \dots, n$ ),  $\mathbf{x}(t)$  – **вектор-столбец валовой продукции** ( $i = 1, \dots, n$ ). Коэффициенты  $a_{ij}$  отличаются тем, что в динамических моделях они включают не только прямые материальные затраты, но и возмещение выбытия и капитальный ремонт основных фондов.

Зависимость вектора капиталовложений от вектора валового продукта отражается в форме линейного акселератора Харрода:  $\mathbf{k}(t) = \mathbf{B} \mathbf{dx}(t)/d(t)$ , где  $\mathbf{k}(t) = (\mathbf{k}_i(t))$  – **вектор-столбец инвестиций**,  $\mathbf{B} = (b_{ij})$  – квадратная матрица  $n$ -го порядка **коэффициентов приростной капиталоемкости производства продукции**,  $b_{ij}$  – коэффициенты, отражающие затраты продукции  $i$ -й отрасли для увеличения выпуска продукции в  $j$ -й отрасли на единицу.

# Динамическая модель В. Леонтьева.

Открытая динамическая модель валовой продукции:

$$B \cdot \frac{dx}{dt} + (A - E) x(t) + c(t) = 0$$

Закрытая динамическая модель валовой продукции:

$$B \cdot \frac{dx}{dt} + (A - E) x(t) = 0$$

$c(t) = (c_i(t))$  – вектор-функция продукции непроизводственного потребления

# Динамическая модель В. Леонтьева.

Особенности динамических моделей В. Леонтьева:

- коэффициенты прямых материальных затрат  $a_{ij}$  и приростной капиталоемкости  $b_{ij}$  считаются постоянными (но это не совсем так).
- амортизация производственного капитала в модели возмещается не явно, поэтому в моделях возможны только неубывающие процессы выпуска продукции;
- прирост производства продукции следует мгновенно за инвестициями (но это не совсем так).
- в моделях В. Леонтьева не отражается научно-технический прогресс.

Дискретная аппроксимация производной.

$$\frac{dx}{dt} \approx \frac{x(t_0) - x(t_0 + \Delta t)}{\Delta t}$$

## Пошаговое решение динамической межотраслевой модели

$$B \cdot \frac{dx}{dt} + (A - E)x(t) + c(t) = 0$$



$$B \cdot \frac{x(t_0) - x(t_0 + \Delta t)}{\Delta t} + (A - E)x(t_0) + c(t_0) = 0$$

1. На первом шаге подставляем известные значения векторов  $c(0)$  и  $x(0)$  в уравнение и находим вектор  $x(0+dt)$ .

2. На втором шаге подставляем в уравнение  $x(0+dt)$  и  $c(1)$  и находим вектор  $x((0+dt)+dt)$ .

Таким образом можно высчитывать значения векторов валового продукта в Течении времени.

## Пошаговое решение динамической межотраслевой модели

Пример.  $x(t) = B [x(t + 1) - x(t)] + A x(t) + c(t), t = 0, 1, 2, \dots, T$



$$B x(t + 1) = x(t) - A x(t) + B x(t) - c(t) = (E - A + B) x(t) - c(t),$$



$$B x(t + 1) = G x(t) - c(t), t = 0, 1, 2, \dots, T, \quad \text{где } G = E - A + B$$

Пусть.

$$c_0 = \begin{pmatrix} 25 \\ 25 \end{pmatrix} \quad c_1 = \begin{pmatrix} 30 \\ 30 \end{pmatrix} \quad c_2 = \begin{pmatrix} 40 \\ 40 \end{pmatrix} \quad x = \begin{pmatrix} 50 \\ 50 \end{pmatrix}$$

$$G = \begin{pmatrix} 1.95 & 0.95 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1.25 & 1.1 \\ 1.3 & 1.4 \end{pmatrix} \quad \text{Найти } x(1), x(2).$$



## Задача на модель В. Леонтьева.

Технологическая матрица замкнутого производственного комплекса, состоящего из трех секторов  $S_1$ ,  $S_2$  и  $S_3$ , имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} 0.12 & 0.17 & 0 \\ 0.36 & 0.24 & 0.14 \\ 0.2 & 0 & 0.4 \end{pmatrix}$$

Вектор конечной продукции имеет вид:

$$\vec{C} = \begin{pmatrix} 80.1 \\ 42.8 \\ 96 \end{pmatrix}$$

**Найти вектор выпуска продукции  $X$**

Подсказка: использовать метод Гаусса.



# Модель Солоу

## Понятие производственной функции

Функцию, устанавливающую зависимость между использованными в процессе производства ресурсами и выпуском продукции, называют **производственной функцией**

Если обозначить символом  $Z$  выпуск продукции и рассмотреть два основных производственных ресурса, а именно, капитал  $K$  и труд  $L$ , то соответствующая производственная функция примет вид:

$$Z = F(K, L)$$

**Замечание.** Для обозначения капитала и труда здесь использованы первые буквы немецкого слова Kapital (капитал) и английского слова Labour (труд).

Производственная функция Кобба-Дугласа  $z = aK^m L^n$

где  $a$ ,  $m$  и  $n$  – числа, удовлетворяющие неравенствам

$$0 < a, 0 < m < 1, 0 < n < 1,$$

называется **производственной функцией Кобба-Дугласа**.

# Модель Солоу

## ОДНОСЕКТОРНАЯ МОДЕЛЬ СОЛОУ С ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ФУНКЦИЕЙ КОББА-ДУГЛАСА

Рассматривается производственный сектор, производящий и частично потребляющий произведенную продукцию.

Выпуск продукции сектора в момент времени  $t$  ( $t \geq 0$ ) задается производственной функцией Кобба-Дугласа:

$$z = aK^m L^{1-m}$$

Известна доля  $\rho$  выпуска продукции сектора, потребляемая им самим, т.е. число, заключенное в пределах  $0 < \rho < 1$ .

Конечный продукт сектора полностью расходуется на рост и восстановление капитала, что определяется формулой:

$$(1 - \rho)z = K'(t) + \mu K(t)$$

# Модель Солоу

## ОДНОСЕКТОРНАЯ МОДЕЛЬ СОЛОУ С ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ФУНКЦИЕЙ КОББА-ДУГЛАСА

Трудовой ресурс задается формулой:  $L = L_0 e^{vt}$

где  $L_0$  и  $v$  – известные положительные числа.

Известно начальное значение капитала  $K(0) = K_0$ .

**Требуется найти зависимость выпуска продукции от времени  $Z = Z(t)$ .**

Подставим функцию Кобба – Дугласа в уравнение роста капитала.

$$a(1 - \rho) K^m L^{1-m} = K'(t) + \mu K(t)$$

Сделаем замену  $K = kL$ , и подставим в последнее уравнение.

В результате получим **уравнение модели Солоу с производственной функцией Кобба-Дугласа**

$$k' = -(v + \mu)k + a(1 - \rho)k^m$$

# Модель Солоу

Общее решение уравнения Солоу:

$$q = ce^{-(1-m) \cdot (v+\mu) \cdot t} + \frac{a(1-\rho)}{v+\mu} \quad \text{где} \quad q = k^{1-m}$$

$c$  – произвольное число

$$\begin{aligned} Z &= aK^m L^{1-m} = aK^m (L_0 e^{vt})^{1-m} = \\ &= aL_0 e^{vt} \left[ \left( \frac{K_0^{1-m}}{L_0^{1-m}} - \frac{a(1-\rho)}{v+\mu} \right) e^{-(1-m)(v+\mu)t} + \frac{a(1-\rho)}{v+\mu} \right]^{\frac{m}{1-m}}. \end{aligned}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} k(t) = \left[ \frac{a(1-\rho)}{v+\mu} \right]^{\frac{1}{1-m}}$$

# THANK YOU!



Главная

О нас

События

Публикации

Исследования

Материалы

Ссылки

Контакты

ENGLISH



## Новости



### Чем дышит блогосфера? Семинар ЛИНИС в Москве

11:54 27.04.2012

24 апреля команда ЛИНИС провела в НИУ-ВШЭ (Москва) семинар на тему "Чем дышит блогосфера? Методы анализа больших массивов Интернет-данных для социологических задач". Выступление прошло в рамках академического семинара по социологической теории и методологии кафедры анализа социальных институтов (рук. Инна Девятко), который на этот раз проходил совместно с Лабораторией экономико-социологических исследований (рук. В.Радаев).

[Подробнее...](#)

ЛИНИС – участник Балтийского партнерства по новым медиа



## Анонсы

11.05.2012 (Пятница)

### Презентация Лаборатории Интернет-Исследований

11 мая в 17-00 состоится презентация новой исследовательской площадки Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики» (Санкт-Петербург) - Лаборатории интернет-исследований (ЛИНИС).

[Подробнее...](#)

26.09.2012 (Среда)

### Новые СМИ: меняющийся медийный ландшафт

27-28 сентября 2012 года лаборатория интернет-исследований совместно с зарубежными партнерами проводит конференцию "New media: changing media landscapes". Конференция