

# Статическая и динамическая межотраслевые модели.

Кольцов С.Н.

[www.linis.ru](http://www.linis.ru)

## ОСНОВНЫЕ ТЕОРИИ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА

Экономическое развитие подразумевает большее, чем просто увеличение производства товаров и услуг.

Американский экономист **Саймон Кузнец**, получивший в 1971 г. Нобелевскую премию за проведение исследований по истории экономического роста развитых стран, считал **экономический рост** *«долгосрочным увеличением способности хозяйства обеспечивать все более разнообразные потребности населения с помощью все более эффективных технологий и соответствующих им институциональных и идеологических изменений»*.



## ОСНОВНЫЕ ТЕОРИИ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА

Шесть характеристик роста, свойственных почти всем развитым странам (Саймон Кузнец).

1. Высокие темпы роста подушевого дохода и населения.
2. Высокие темпы роста производительности факторов и особенно производительности труда.
3. Высокие темпы структурной трансформации экономики.
4. Высокие темпы социальной и идеологической трансформации общества.
5. Способность развитых стран находить за рубежом рынки сбыта и источники сырья.
6. Охват результатами подобного экономического роста менее одной трети населения мира.

Мерой  
экономического  
роста служит  
темп прироста  
реального ВВП

$$Y_t = \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}},$$

где  $Y_t$  – объем ВВП за период  $t$ ;

$Y_{t-1}$  – объем ВВП за предшествующий период.

# ОСНОВНЫЕ ТЕОРИИ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА

## Факторы и типы экономического роста

По способу воздействия на экономический рост различают прямые и косвенные факторы.

*Прямыми* считаются факторы, которые делают рост физически возможным. В эту группу входят **факторы предложения**.

- количество и качество трудовых ресурсов;
- количество и качество природных ресурсов;
- объем основного капитала;
- технология и организация производства;
- уровень развития предпринимательских способностей в обществе.

## ОСНОВНЫЕ ТЕОРИИ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА

*Косвенные факторы* – это условия, позволяющие реализовать имеющиеся у общества возможности к экономическому росту. Такие условия создаются *факторами спроса и распределения*. При этом **факторами спроса** являются:

- рост потребительских, инвестиционных и государственных расходов;
- расширение экспортных поставок.
- **Факторами распределения** являются:
- снижение степени монополизации рынка;
- налоговый климат в экономике;
- эффективность кредитно-банковской системы;
- возможности перераспределения производственных ресурсов в экономике;
- действующая система распределения доходов.

## ОСНОВНЫЕ ТЕОРИИ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА

### Неоклассическая теория роста:

- предложение о совершенной конкуренции и полной занятости.  
Сбережения полностью определяют инвестиции

### Неокейнсианская теория:

- рост определяется спросом и приростом инвестиций

### Современные теории экономического роста

### Эмпирические теории роста:

- эмпирические исследования факторов, влияющих на экономический рост

### Новая теория роста (эндогенный рост):

- акцент на человеческий капитал и технологические инновации

## Суть неокейнсианских теорий экономического роста

Кейнс показал, что во время экономического спада и роста безработицы в результате сокращения дохода сокращаются потребление и сбережения, и инвестиции. Поэтому когда отсутствуют рыночные рычаги повышения совокупного спроса для оживления деловой активности в экономику должно вмешиваться правительство, осуществляя *макроэкономическую политику* при помощи таких мер, как **снижение налогов** или **увеличение государственных расходов**.

Решающим условием сбалансированного роста экономики в этих теориях является увеличение **совокупного спроса**. Платежеспособный спрос выступает важнейшим фактором экономического роста, посредством которого поднимается уровень жизни и улучшаются стандарты качества жизни людей.

*Основным фактором экономического роста считаются инвестиции*, которые посредством мультипликатора увеличивают доход или под воздействием **акселератора** возрастают с ростом дохода. Все остальные производственные факторы, такие как увеличение занятости, степень использования оборудования, улучшение организации производства в расчет не берутся.

## Механизмы воздействия потребления на рост ВВП в кейнсианской теории



## Неокейнсианские теории экономического роста

### Теория Харрода-Домара

**Домар** предположил что инвестиции являются фактором не только образования доходов, но и создания мощностей, и, следовательно, развития производства, и предложения товаров. Теория Домара позволяет определить темп, с которым должны постоянно расти инвестиции, для обеспечения роста дохода. Этот темп находится в прямой зависимости от доли сбережений в национальном доходе и средней эффективности инвестиций.

**Важный вывод для экономической политики:** только постоянный приток капитала, т.е. рост инвестиций, обеспечивает экономике *динамичное* равновесие между совокупным спросом и совокупным предложением.

В основе теория **Харрода** лежит понятие **акселератора**, которое позволяет определить отношение прироста инвестиций к вызвавшему его приросту дохода.

Темп роста в теории Р.Харрода определяется темпами роста рабочей силы и производительности капитала. Если бы фактический темп роста совпадал с гарантированным, то экономика имела бы устойчивое непрерывное развитие. Однако на практике этого нет, что обуславливает наличие кратковременных циклических колебаний.

# Неокейнсианские теории экономического роста

## Теория Харрода-Домара (1930)

Устойчивое динамическое равновесие экономической системы достигается при равенстве гарантированного и естественного темпов роста в условиях полной занятости. Однако поддержание такого равенства возможно лишь при активном государственном вмешательстве (динамическое равновесие в рыночной системе по своей природе неустойчиво).

*Ограниченность теории Харрода-Домара* определяется: во-первых, предпосылками построения анализа в теории:

- экономический рост зависит только от прироста инвестиций, причем эта зависимость является линейной функцией;
- экономический рост не зависит от прироста использования рабочей силы;
- теория не учитывает технологического прогресса.

## Неоклассические теории роста

Первые неоклассические теории роста появились на рубеже 1950-х – 1960-х гг., когда внимание к проблемам динамического равновесия ослабло, и на первый план выдвинулась проблема достижения потенциально возможных темпов роста не столько за счет неиспользованных мощностей, сколько путем внедрения новой техники, повышения производительности и улучшения организации производства. В этот период в экономике развитых стран резко возросла *роль крупных фирм*.

Представителями этого направления являются Солоу, Мид и Леонтьев.

Модель Леонтьева. – статическая и динамическая модели баланса  
**‘Затраты-выпуск’**

**Модель Солоу** исследует влияние на экономический рост сбережений, роста населения и технологического прогресса.

## Определения и понятия.

1. В экономической системе производятся, продаются, покупаются, потребляются и инвестируются  $n$  продуктов.
2. Каждая отрасль является «чистой», то есть производит только один продукт, совместное производство различных продуктов исключается. Различные отрасли выпускают разные продукты.
3. Под производственным процессом в каждой отрасли понимается преобразование некоторых типов продуктов в определенный продукт. При этом соотношение затраченных продуктов и выпускаемого предполагается постоянным. Таким образом, если для производства единицы  $j$ -го продукта надо затратить  $a_{ij}$  единиц  $i$ -го продукта, то выпуск  $\lambda$  единиц  $j$ -го продукта потребует  $\lambda a_{ij}$  единиц  $i$ -го продукта.
4. Величины  $a_{ij}$  называются расходными коэффициентами или, коэффициентами прямых затрат. Матрицей прямых затрат или технологической матрицей называют матрицу:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$



## Статическая модель Леонтьева.

$X = (x_1, \dots, x_n)$  – вектор выпуска,  $Y = (y_1, \dots, y_n)$  – вектор потребления в непроизводственной сфере,  $A = [a_{ij}]$  – технологическая матрица прямых затрат.

Тогда условие равновесия примет вид:  $X = AX + Y$ .

Данную систему уравнений называют системой уравнений Леонтьева (статической моделью экономики Леонтьева. При этом следует учитывать, что вектор выпуска и вектор потребления продукции  $Y$  должны быть неотрицательными величинами.

Предположим, что у нас задана технологическая матрица и потребление продукции в непроизводственной сфере, тогда вектор выпуска (валовой выпуск) можно найти следующим образом:

$$X - AX = Y \Rightarrow X(I - A) = Y \Rightarrow X = (I - A)^{-1}Y$$

Основной задаче межотраслевого баланса является нахождение валового выпуска  $X$  при заданной матрице прямых затрат который обеспечивает заданный вектор конечного продукта  $Y$ .

$x_1$   
 $x_2$   
 $\vdots$ 

## Статическая модель В. Леонтьева.

**Пример постановки и решения задачи.** *Дано:* количество отраслей  $n=2$ , конечный спрос на первый продукт  $y_1=5$  конечный спрос на второй продукт  $y_2=9$ , элементы технологической матрицы  $a_{11}=0.1$ ,  $a_{12}=0.2$ ,  $a_{21}=0.3$ ,  $a_{22}=0.4$ . *Требуется найти:* валовой выпуск первого продукта  $x_1$  и валовой выпуск второго продукта  $x_2$ , необходимые для удовлетворения заданного конечного спроса на оба продукта.

**Пример постановки и решения задачи.** Дано: количество отраслей  $n=2$ , конечный спрос на первый продукт  $y_1=5$  конечный спрос на второй продукт  $y_2=9$ , элементы технологической матрицы  $a_{11}=0.1$ ,  $a_{12}=0.2$ ,  $a_{21}=0.3$ ,  $a_{22}=0.4$ .

**Требуется найти:** валовой выпуск первого продукта  $x_1$  и валовой выпуск второго продукта  $x_2$ , необходимые для удовлетворения заданного конечного спроса на оба продукта.

**Решение задачи.** Для решения данной задачи составим систему двух линейных алгебраических уравнений с двумя неизвестными

$$\begin{cases} x_1 = 5 + 0,1x_1 + 0,2x_2, \\ x_2 = 9 + 0,3x_1 + 0,4x_2. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0,9x_1 - 0,2x_2 = 5, \\ -0,3x_1 + 0,6x_2 = 9. \end{cases}$$

**Ответ**

$$x_1 = 10$$

$$x_2 = 20$$

## Динамическая модель В. Леонтьева.

Динамические модели описывают экономику в развитии (в отличие от статических моделей), они характеризуют экономику в долгосрочном периоде. В этих моделях учитываются инвестиции в производственный капитал, его рост за счет капиталовложений и увеличение выпуска продукции. Существует ряд динамических моделей, в которых отражаются многоотраслевые зависимости вектора функций времени основных экономических показателей:

$x(t) = (x_i(t))$  – **вектор-функция валового продукта**;

$y(t) = (y_i(t))$  – **вектор-функция конечного продукта**;

$z(t) = (z_i(t))$  – **вектор-функция промежуточного продукта**;

$k(t) = (k_i(t))$  – **вектор-функция инвестиций**;

$c(t) = (c_i(t))$  – **вектор-функция продукции непроизводственного потребления**, где  $i = 1, n$ ,  $n$  – отрасли производства.

Будем рассматривать модели В. Леонтьева, в которых валовой продукт распределяется на две части по формуле:  $x(t) = z(t) + y(t)$

## Динамическая модель В. Леонтьева.

**Конечный продукт** также распределяется на две части:  $y(t) = k(t) + c(t)$   
сумма инвестиций и непроизводственного потребления

Итоговая модель выглядит  
следующим образом:

$$x(t) = z(t) + k(t) + c(t)$$

**Замкнутые модели** отражают экономику при нулевом значении непроизводственного потребления  $c(t)$ . В этом случае весь произведенный продукт используется в качестве инвестиций. Происходит максимальное наращивание производственного капитала и выпуска продукции.

**Открытые модели** отражают экономику при разных траекториях непроизводственного потребления  $c(t)$ . Основным интересом представляют случаи предельно возможных процессов непроизводственного потребления.

Исследование замкнутых и открытых моделей дает возможность выявить весь диапазон разнообразных процессов  $c(t)$ .

# Динамическая модель В. Леонтьева.

1. вектор-столбец промежуточной продукции выражается произведением квадратной матрицы коэффициентов прямых материальных затрат  $A$  на вектор-столбец валового продукта:  $\mathbf{z}(t) = A \mathbf{x}(t)$ .

где  $A = (a_{ij})$  – квадратная матрица  $n$ -го порядка коэффициентов  $a_{ij}$  прямых материальных затрат  $i$ -й отрасли в производстве единицы продукции  $j$ -й отрасли ( $j = 1, \dots, n$ ),  $\mathbf{x}(t)$  – **вектор-столбец валовой продукции** ( $i = 1, \dots, n$ ). Коэффициенты  $a_{ij}$  отличаются тем, что в динамических моделях они включают не только прямые материальные затраты, но и возмещение выбытия и капитальный ремонт основных фондов.

Зависимость вектора капиталовложений от вектора валового продукта отражается в форме линейного акселератора Харрода:  $\mathbf{k}(t) = B \, d\mathbf{x}(t)/d(t)$ , где  $\mathbf{k}(t) = (k_i(t))$  – **вектор-столбец инвестиций**,  $B = (b_{ij})$  – квадратная матрица  $n$ -го порядка **коэффициентов приростной капиталоемкости производства продукции**,  $b_{ij}$  – коэффициенты, отражающие затраты продукции  $i$ -й отрасли для увеличения выпуска продукции в  $j$ -й отрасли на единицу.

## Динамическая модель В. Леонтьева.

Открытая динамическая модель  
валовой продукции:

$$B \cdot \frac{dx}{dt} + (A - E) x(t) + c(t) = 0$$

Закрытая динамическая модель  
валовой продукции:

$$B \cdot \frac{dx}{dt} + (A - E) x(t) = 0$$

где **A** - материальных затрат, **B** - отражающие затраты продукции отрасли для увеличения выпуска продукции на единицу.

**$c(t) = (c_i(t))$  – вектор-функция продукции непроизводственного потребления**

# Динамическая модель В. Леонтьева.

Особенности динамических моделей В. Леонтьева:

- коэффициенты прямых материальных затрат  $a_{ij}$  и приростной капиталоемкости  $b_{ij}$  считаются постоянными (но это не совсем так).
- амортизация производственного капитала в модели возмещается не явно, поэтому в моделях возможны только неубывающие процессы выпуска продукции;
- прирост производства продукции следует мгновенно за инвестициями (но это не совсем так).
- в моделях В. Леонтьева не отражается научно-технический прогресс.

**Дискретная аппроксимация производной.**

$$\frac{dx}{dt} = \frac{x(t_0) - x(t_0 + \Delta t)}{\Delta t}$$

## Пошаговое решение динамической межотраслевой модели

$$B \cdot \frac{dx}{dt} + (A - E)x(t) + c(t) = 0$$



$$B \cdot \frac{x(t_0) - x(t_0 + \Delta t)}{\Delta t} + (A - E)x(t_0) + c(t_0) = 0$$

1. На первом шаге подставляем известные значения векторов  $c(0)$  и  $x(0)$  в уравнение и находим вектор  $x(0+dt)$ .
2. На втором шаге подставляем в уравнение  $x(0+dt)$  и  $c(1)$  и находим вектор  $x((0+dt)+dt)$ .

**Таким образом можно высчитывать значения векторов валового продукта в Течении времени.**

## Пошаговое решение динамической межотраслевой модели

Пример.  $x(t) = B [x(t + 1) - x(t)] + A x(t) + c(t)$ ,  $t = 0, 1, 2, \dots, T$  - месяцы



$$B x(t + 1) = x(t) - A x(t) + B x(t) - c(t) = (E - A + B) x(t) - c(t),$$



$B x(t + 1) = G x(t) - c(t)$ ,  $t = 0, 1, 2, \dots, T$ , где  $G = E - A + B$

Пусть.

$$c_0 = \begin{pmatrix} 25 \\ 25 \end{pmatrix} \quad c_1 = \begin{pmatrix} 30 \\ 30 \end{pmatrix} \quad c_2 = \begin{pmatrix} 40 \\ 40 \end{pmatrix} \quad x = \begin{pmatrix} 50 \\ 50 \end{pmatrix}$$

$$G = \begin{pmatrix} 1.95 & 0.95 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1.25 & 1.1 \\ 1.3 & 1.4 \end{pmatrix} \quad \text{Найти } x(1), x(2).$$

## Пошаговое решение динамической межотраслевой модели

Так как наша формула для вектора продукта на следующем временном шаге имеет следующий вид:

$$B x(t + 1) = G x(t) - c(t), t = 0, 1, 2, \dots, T,$$



$$x(t+1) = [G \cdot x(t) - c(t)] \cdot B^{-1}$$

Как найти обратную матрицу. По определению обратная матрица может быть выражена через детерминант и транспонированную матрицу:

$$B^{-1} = \frac{B^T}{\det B}$$

Если детерминант равен нулю, то обратной матрицы не существует.

## Расчет обратной матрицы матрицы

**Алгоритм расчета обратной матрицы второго порядка:**

**Шаг 1.** Находим определитель заданной матрицы, если он равен нулю, то делаем вывод, что обратной матрицы не существует, иначе переходим к следующему шагу.

**Шаг 2.** Элементы, стоящие на главной диагонали меняем местами, а у элементов побочной диагонали меняем знак на противоположный.

**Шаг 3.** Делим все элементы на и получаем обратную матрицу.

Пример:  $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$       Нужно найти обратную матрицу  $B^{-1} = \frac{B^T}{\det B}$

**Шаг 3.**

**Шаг 1.**  $\det B = 1$       **Шаг 2.**  $B^* = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$        $B^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}}{\det B} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

Для матриц большего размера транспонированная матрица вычисляется через миноры

## Пошаговое решение динамической межотраслевой модели

Нам дана матрица  $B$ , найдем ее обратную матрицу.

$$B = \begin{pmatrix} 1.25 & 1.1 \\ 1.3 & 1.4 \end{pmatrix} \Rightarrow \det B = 0.43 \Rightarrow B^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} 1.4 & -1.3 \\ -1.1 & 1.25 \end{bmatrix}}{0.43}$$

Тогда решение для  $t+1$  будет следующим:

$$\begin{pmatrix} x_1(t+1) \\ x_2(t+1) \end{pmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} \right\} \cdot B^{-1}$$



$$\begin{pmatrix} x_1(t+1) \\ x_2(t+1) \end{pmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} 1.95 & 0.95 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 50 \\ 50 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 30 \\ 30 \end{bmatrix} \right\} \cdot \frac{\begin{bmatrix} 1.4 & -1.3 \\ -1.1 & 1.25 \end{bmatrix}}{0.43}$$

# THANK YOU!



- Главная
- О нас
- События
- Публикации
- Исследования
- Материалы
- Ссылки
- Контакты

ENGLISH



## Новости



### Чем дышит блогосфера? Семинар ЛИНИс в Москве

11:54 27.04.2012

24 апреля команда ЛИНИс провела в НИУ-ВШЭ (Москва) семинар на тему "Чем дышит блогосфера? Методы анализа больших массивов Интернет-данных для социологических задач". Выступление прошло в рамках академического семинара по социологической теории и методологии кафедры анализа социальных институтов (рук. Инна Девятко), который на этот раз проходил совместно с Лабораторией экономико-социологических исследований (рук. В.Радаев).

[Подробнее...](#)

### ЛИНИс – участник Балтийского партнерства по новым медиа



## Анонсы

11.05.2012 (Пятница)

### Презентация Лаборатории Интернет-Исследований

11 мая в 17-00 состоится презентация новой исследовательской площадки Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики» (Санкт-Петербург) - Лаборатории интернет-исследований (ЛИНИс).

[Подробнее...](#)

26.09.2012 (Среда)

### Новые СМИ: меняющийся медийный ландшафт

27-28 сентября 2012 года лаборатория интернет-исследований совместно с зарубежными партнерами проводит конференцию "New media: changing media landscapes". Конференция